

PECEP

pré-vestibular social

Ciclo Básico – Exatas

Nicholas D Marco Reckman

Aula – Sistemas Lineares

13 de Março, 2024

O que são Sistemas Lineares?

Sistemas Lineares são conjuntos de 2 ou mais equações lineares (de primeiro grau) que devem ser resolvidas ao mesmo tempo.

Normalmente essas equações são agrupadas por chaves.

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 7 \\ \frac{x}{2} + 2z = 0 \\ y + 4z = -5 \end{cases}$$

Características

Sistemas Lineares juntam equações com os mesmos grupos de incógnitas (valores desconhecidos).

Um sistema de equações pode não ter nenhuma, uma ou infinitas soluções, de acordo com como é construído!

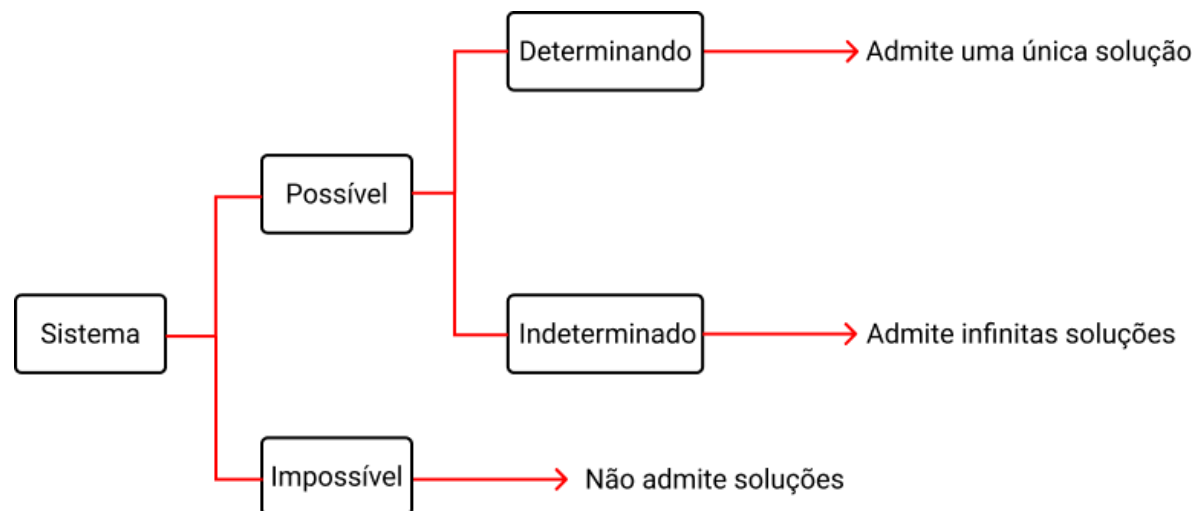
Um sistema Linear terá sempre um número de equações (m) e um número de incógnitas (n). Para que se haja uma solução numérica é necessário (embora não baste) que o número de equações (m) seja maior ou igual ao número de incógnitas (n).

Classificação

Um sistema de equações pode não ter nenhuma, uma ou infinitas soluções, de acordo com como é construído!

Dependendo do número de soluções que um sistema possui ele vai ser classificado de forma distinta:

- *SPD* — *Sistema Possível e Determinado* — possui uma única solução.
- *SPI* — *Sistema Possível e Indeterminado* — possui infinitas soluções.
- *SI* — *Sistema Impossível* — não possui solução.



Mas Como Achar as Soluções?

Existem várias formas de se simplificar e resolver Sistemas de Equações Lineares.

Não existe uma forma certa ou errada de se resolver os sistemas, mas haverá casos onde um tipo de solução pode ser mais conveniente que outro e economizar mais tempo.

Aqui iremos focar em duas formas de resolução de sistemas, a substituição e a adição.

Método 1 – Substituição

O método da substituição consiste em **isolar** uma das incógnitas em uma das equações em função das outras.

Após isolar aquela incógnita, deve-se **substituí-la** em uma das outras equações até que se achem os valores de todas as incógnitas.

Veremos um exemplo...

Método 1 – Substituição

Exemplo:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

Nesse caso, primeiro vamos isolar o x para começar a resolver o sistema

$$x = 5 - 2y$$

Segundo vamos substituir o valor isolado da incógnita na outra equação

$$\begin{aligned} 3x - 5y &= 4 \\ 3(5 - 2y) - 5y &= 4 \\ 15 - 6y - 5y &= 4 \\ -11y &= -11 \\ y &= \frac{11}{11} \rightarrow \underline{y = 1} \end{aligned}$$

Método 1 – Substituição

Exemplo:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

Então agora que achamos o valor de uma das incógnitas ($y=1$), continuaremos substituindo para achar a outra

$$\underline{y = 1}$$

Solução:
$$\begin{aligned} \underline{x} &= 3 \\ \underline{y} &= 1 \end{aligned}$$

$$x + 2y = 5$$

$$x + 2(1) = 5$$

$$x = 5 - 2$$

$$\underline{x} = 3$$

Método 2 – Adição

No método da Adição, manipulamos uma das equações inteiras para que possamos somar as duas.

Somamos as duas equações de uma forma que uma das incógnitas se cancele e desapareça. Dessa forma poderemos encontrar a outra através da resolução da equação que sobra.

Uma vez que tivermos o resultado de uma das incógnitas, usaremos a substituição para encontrar a outra.

Veremos um exemplo...

Método 2 – Adição

Exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x - 2y = 35 \end{cases} \quad (\times 2)$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ 3x - 2y = 35 \end{cases} \quad (+)$$

$$5x + 0 = 75$$

$$x = \frac{75}{5}$$

$$\underline{x = 15}$$

Agora que achamos o valor de x , substituímos para achar a incógnita que falta, o y

Para iniciar o método da adição temos que manipular uma das equações para que ao se somar com a outra, elimine uma das incógnitas

Nesse caso vamos mexer na primeira equação para que quando somarmos o y desapareça

$$\begin{aligned} x + y &= 20 \\ 15 + y &= 20 \\ y &= 20 - 15 \\ \underline{y} &= 5 \end{aligned}$$

Solução: $\underline{x = 15}$
 $\underline{y = 5}$

Exercícios de Prática

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -2x - y = 1 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} y = 2x + 7 \\ -6x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2(2x - 4) + y = 3 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x = 3y - 14 \\ 2y = x + 8 \end{cases}$$

Exercícios de Prova

Ano: 2018 Banca: INEP Órgão: ENEM Prova: INEP - 2018 - ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio - Primeiro e Segundo Dia

Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes, e muitos compraram apenas um. O total de alunos que comprou um único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

Quantos alunos compraram somente um bilhete?

- A 34
- B 42
- C 47
- D 48
- E 79

Exercícios de Prova

1 (UERJ- RJ - 2020) Número Original: 28 Código: 7505563

Segundo exame de qualificação

Solução não gráfica de uma equação com duas incógnitas (Aplicação simples) (Por qualquer método) .f



Os números inteiros x e y satisfazem às seguintes equações:

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}y = 37 \\ x - y = 30 \end{cases}$$

Logo, $x + y$ é igual a:

- (A) 80
- (B) 85
- (C) 90
- (D) 95

Exercícios de Prova

2. (Enem) Uma companhia de seguros levantou dados sobre os carros de determinada cidade e constatou que são roubados, em média, 150 carros por ano. O número de carros roubados da marca X é o dobro do número de carros roubados da marca Y, e as marcas X e Y juntas respondem por cerca de 60% dos carros roubados. O número esperado de carros roubados da marca Y é:

- A. 20
- B. 30
- C. 40
- D. 50
- E. 60