

**PECEP**

pré-vestibular social

# ALGEBRA LINEAR

Nicholas De Marco Reckman

Aula – Progressão Geométrica (PG)

29 de Maio, 2024

## O que é uma Progressão Aritmética?

É uma sequência de números onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao termo anterior multiplicado por uma constante chamada razão ( $q$ ).

Exemplo 1:

- 2, 4, 8, 16, 32, ...
- Razão ( $q$ ) = 2

Exemplo 2:

- 27, -9, 3, -1, 1/3, ...
- Razão ( $r$ ) = -3

- **PRIMEIRO TERMO:** o primeiro número da sequência

$$a_1$$

- **RAZÃO:** o fator constante entre termos consecutivos

$$q$$

- **TERMO GERAL:** a fórmula que representa qualquer termo da PG

$$a_n$$

Fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

- $a_n$ : n-ésimo termo da PG
- $a_1$ : primeiro termo da PG
- $n$ : posição do termo na sequência
- $q$ : razão

- $a_1 = 3$
- $q = 2$

Sob essas condições, qual é o 4º termo da PG ( $a_4$ )?

$$a_4 = a_1 \cdot q^{(4-1)}$$

$$a_4 = 3 \cdot 2^3$$

$$a_4 = 3 \cdot 8$$

$$a_4 = 24$$

# SOMA DOS TERMOS

Fórmula da soma dos termos de uma PG até um certo  $n$ :

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Ei! Não olhe pra esse lado!  
Olhe aqui

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad (1)$$

Multiplicando a expressão (1) pela razão  $q$ :

$$S_n \cdot q = q \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$$

$$S_n \cdot q = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q$$

Lembre-se da forma geral do termo de uma P.G.  $\Rightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

Com isso obtemos a seguinte expressão:

$$S_n \cdot q = a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n + a_n \cdot q \quad (2)$$

(2) - (1)

$$S_n \cdot q - S_n = (a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n + a_n \cdot q) - (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n)$$

$$S_n \cdot (q - 1) = a_n \cdot q - a_1 \quad (\text{Lembre-se: } a_n = a_1 \cdot q^{n-1})$$

$$S_n \cdot (q - 1) = a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q - a_1 \Rightarrow S_n \cdot (q - 1) = a_1 \cdot q^n - a_1$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$



# EXEMPLO DE SOMA

Dado a seguinte PG:

3, 6, 12, 24

Qual é o valor da soma desta PG?

1. Encontrar o  $n = 4$ ,  $q = 2$  e  $a_1 = 3$
2. Aplicar a fórmula da soma da PG:

$$S_4 = 3 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1}$$

$$S_4 = 3 \cdot \frac{16 - 1}{1}$$

$$S_4 = 3 \cdot 15$$

$$S_4 = 45$$

- Encontre o 6º termo da PG: 5, 15, 45, ...
- Calcule a soma dos 5 primeiros termos da PG: 2, 6, ...

PGs são sequências com diferenças constantes entre todos os termos consecutivos.

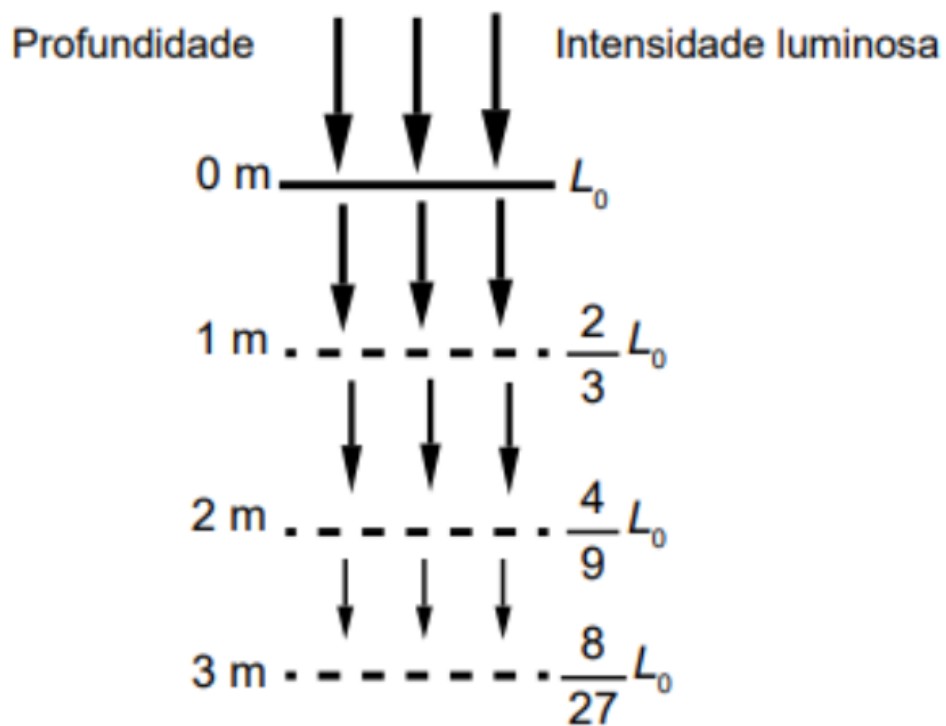
Formulas importantes:

- Termo Geral da PG:  $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$

- Soma dos Termos:  $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

# Exercícios de Provas

O esquema mostra como a intensidade luminosa decresce com o aumento da profundidade em um rio, sendo  $L_0$  a intensidade na sua superfície.



- (A)  $1/9 L_0$
- (B)  $16/27 L_0$
- (C)  $32/243 L_0$
- (D)  $64/729 L_0$
- (E)  $128/2187 L_0$

Considere que a intensidade luminosa diminui, a cada metro acrescido na profundidade, segundo o mesmo padrão do esquema. A intensidade luminosa correspondente à profundidade de 6 m é igual a

# Exercícios de Provas

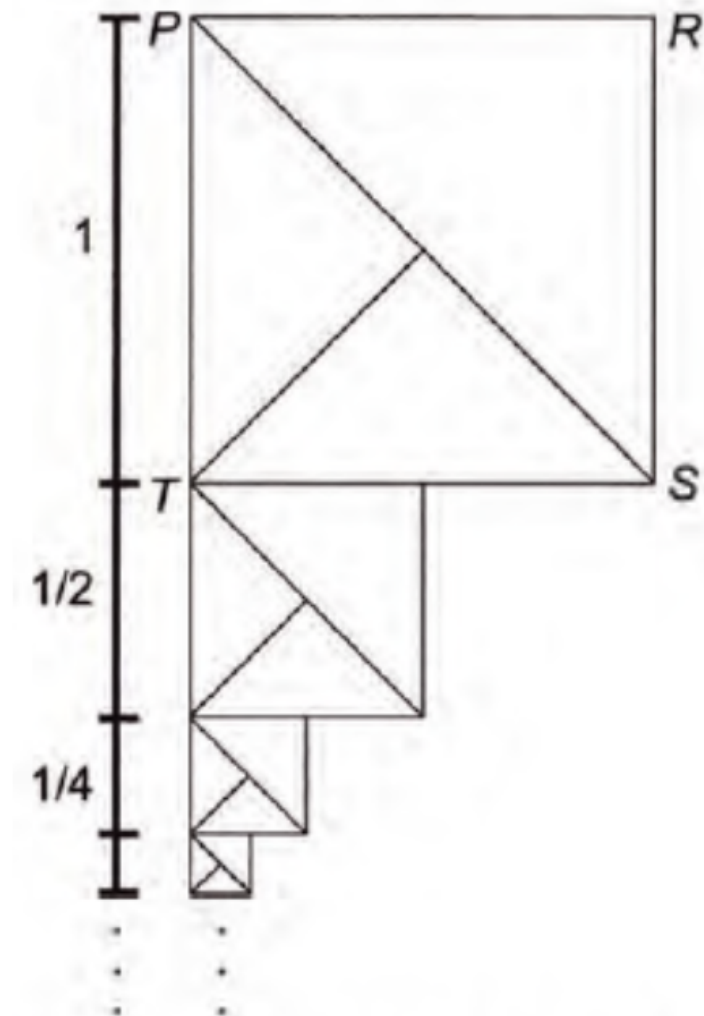
Um agricultor é informado sobre um método de proteção para sua lavoura que consiste em inserir larvas específicas, de rápida reprodução. A reprodução dessas larvas faz com que sua população multiplique-se por 10 a cada 3 dias e, para evitar eventuais desequilíbrios, é possível cessar essa reprodução aplicando-se um produto X. O agricultor decide iniciar esse método com 100 larvas e dispõe de 5 litros do produto X, cuja aplicação recomendada é de exatamente 1 litro para cada população de 200 000 larvas. A quantidade total do produto X de que ele dispõe deverá ser aplicada de uma única vez.

Quantos dias após iniciado esse método o agricultor deverá aplicar o produto X?

- A 2
- B 4
- C 6
- D 12
- E 18

# Exercícios de Provas

O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



O quadrado  $PRST$ , com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

- A  $(1/2)^{100}$
- B  $(1/2)^{99}$
- C  $(1/2)^{97}$
- D  $(1/2)^{-98}$
- E  $(1/2)^{-99}$

# Exercícios de Provas

Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa. Nos casos da digitação incorreta, ela iniciou a nova tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a

- A 300.
- B 420.
- C 540.
- D 660.
- E 1 020.