

Prismas e Cilindros

Geometria espacial — aula 2

PCILS

Programa de
**Capacitação
e Integração
de Lideranças
Sociais**

GEOMETRIA

CIÊNCIAS EXATAS

Professores:

Roberto Ierusalimschy
Gabriel Coutinho de Paula
Diego Barreto Foguel

Realização:

PECEP
pré-vestibular social

Rio
PREFEITURA

Patrocínio:

INTEGRAÇÃO
METROPOLITANA

hizapá.Rio

Objetivos da aula

O que vamos aprender hoje:

- Retomar conceitos de poliedros (Aula 1)
- Definir e classificar **prismas**
- Identificar elementos do prisma
- Planificar prismas
- Calcular área lateral, total e volume de prismas
- Definir e identificar elementos do **cilindro**
- Diferenciar cilindro reto e oblíquo
- Planificar cilindros
- Calcular área lateral, total e volume de cilindros
- Resolver exercícios de fixação

Revisão rápida – Aula 1

O que já vimos

Vocabulário básico:

- **Aresta:** segmento onde duas faces se encontram
- **Vértice:** ponto onde as arestas se encontram
- **Face:** cada superfície plana do sólido

Poliedros:

- **Convexo:** qualquer segmento entre 2 pontos internos fica dentro do sólido
- **Não convexo:** possui “reentrâncias”

Relação de Euler:

$$V - A + F = 2$$

onde V = vértices, A = arestas, F = faces.

Soma dos lados das faces:

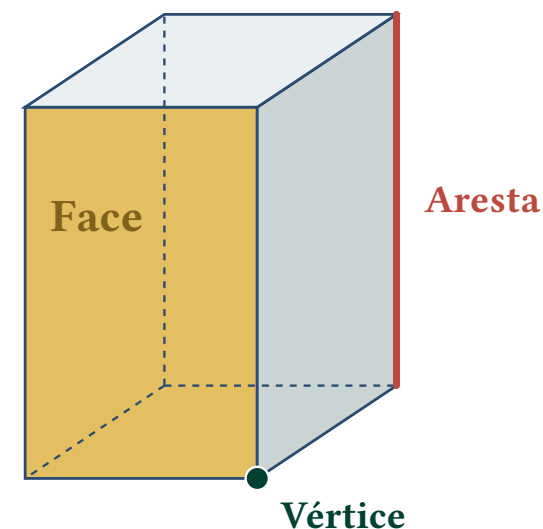
$$2 \times A = \text{soma dos lados de todas as faces}$$

Conectando com hoje

Hoje vamos estudar dois sólidos geométricos muito presentes no dia a dia:

Prismas → caixas, tijolos, prédios

Cilindros → latas, canos, colunas



Os prismas são poliedros — tudo que vimos na Aula 1 (faces, arestas, vértices, Euler) se aplica a eles! Já o cilindro **não** é um poliedro, pois possui uma superfície curva.

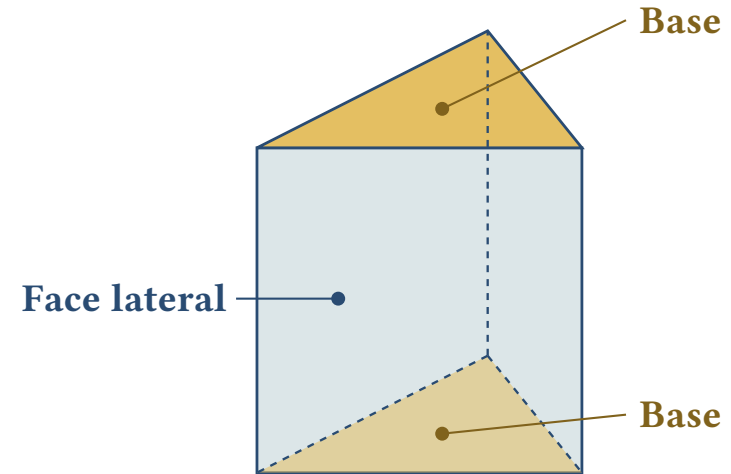
Parte 1 – Prismas

O que é um prisma?

Definição: sólido geométrico limitado por:

- duas **bases** congruentes e paralelas (polígonos)
- **faces laterais** que são paralelogramos, ligando as duas bases

Exemplos do dia a dia: caixa de sapato, embalagem de Toblerone, borracha nova.



Classificação dos prismas

Quanto à inclinação:

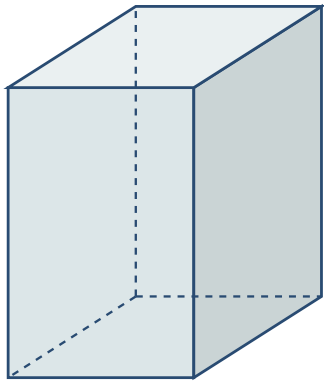
- **Reto:** arestas laterais perpendiculares às bases → faces laterais são retângulos
- **Oblíquo:** arestas laterais inclinadas em relação às bases → faces laterais são paralelogramos (não retângulos)

Quanto à base:

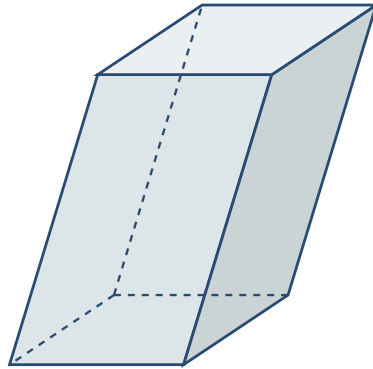
- **Regular:** prisma reto cuja base é um polígono regular (todos os lados e ângulos iguais)
- Nomeado pela base: prisma **triangular**, **quadrangular**, **pentagonal**, **hexagonal**...

Prisma reto + base regular = Prisma Regular

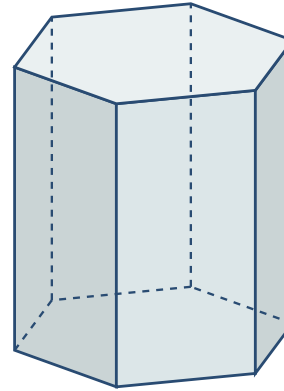
Exemplos de prismas



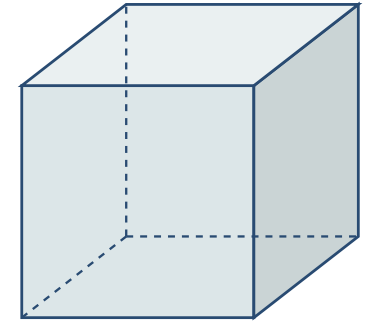
Prisma quadrangular reto



**Prisma quadrangular
oblíquo**



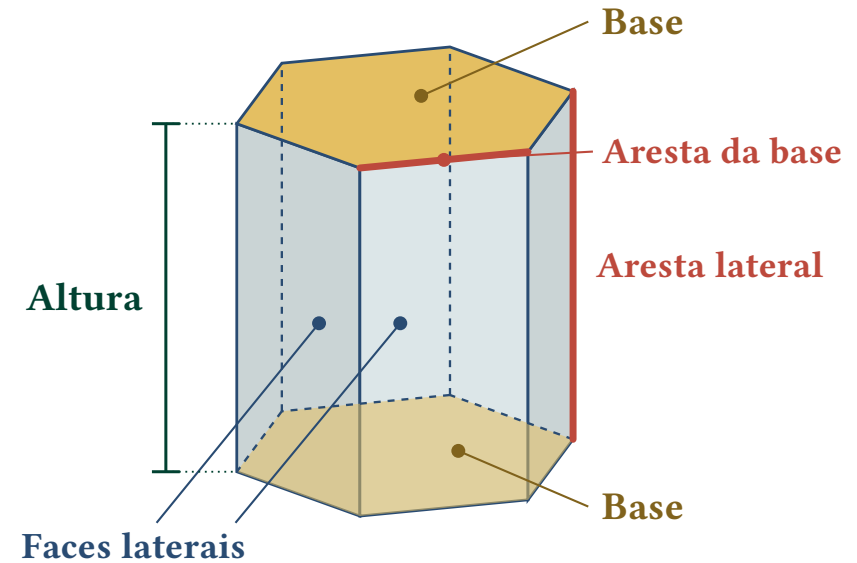
Prisma hexagonal regular



Cubo

Elementos do prisma

- **Bases:** os dois polígonos paralelos e congruentes
- **Faces laterais:** paralelogramos que unem as bases
- **Arestas laterais:** segmentos que ligam vértices correspondentes das duas bases
- **Arestas das bases:** lados dos polígonos das bases
- **Altura (h):** distância entre os planos das duas bases



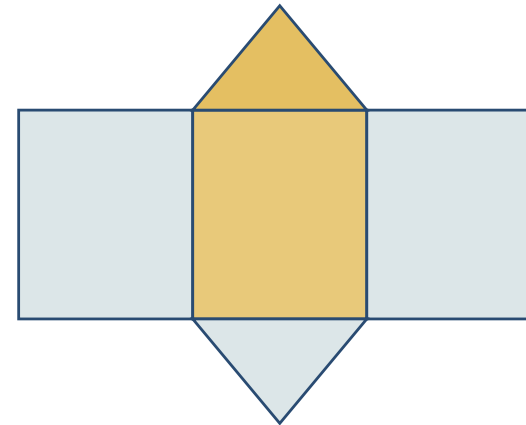
Planificação do prisma

Planificar é “abrir” o sólido em um plano, mostrando todas as suas faces.

A planificação de um prisma reto é formada por:

- as **duas bases** (polígonos)
- as **faces laterais** (retângulos)

Quando “desenroladas”, as faces laterais formam uma sequência de retângulos.



Área lateral e área total

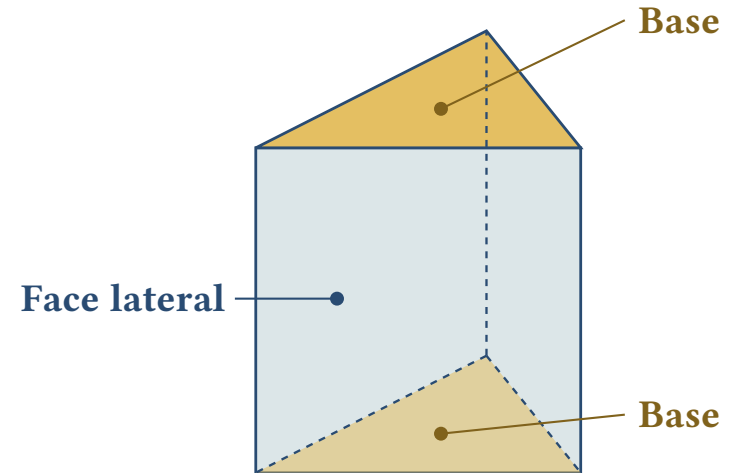
Área lateral (A_L): soma das áreas das faces laterais

A_L = Soma das áreas das faces laterais

Área total (A_t): área lateral + área das duas bases

$$A_t = A_L + 2 \cdot A_{\text{base}}$$

Obs.: A área da base será diferente de acordo com cada polígono.

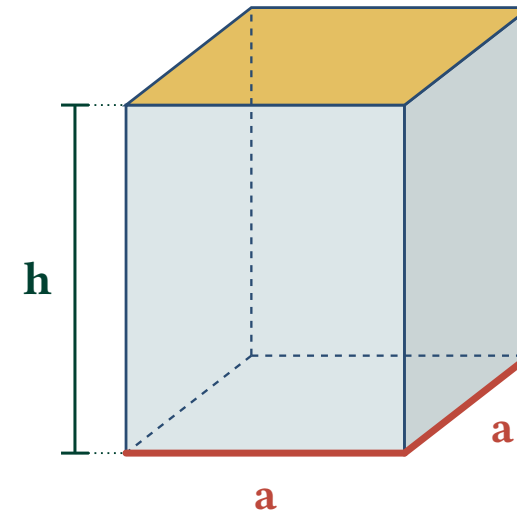


Volume do prisma

Para **qualquer prisma** (reto ou oblíquo):

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

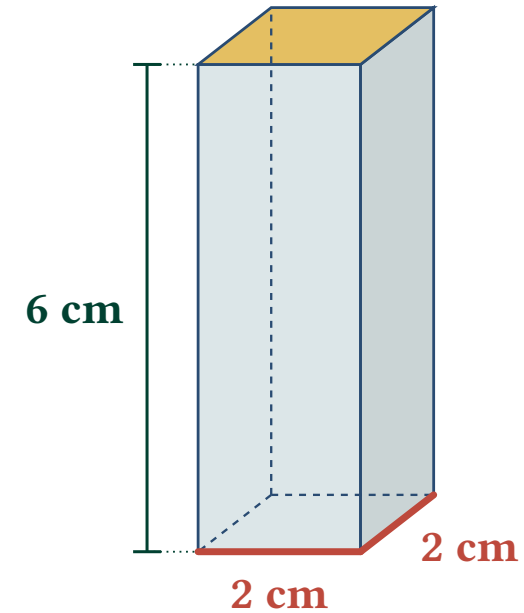
- A_{base} = área do polígono da base
- h = altura do prisma (distância entre as bases)



Essa fórmula vale mesmo quando o prisma é oblíquo: o que importa é a altura.

Exercício 1 — Prisma quadrangular regular

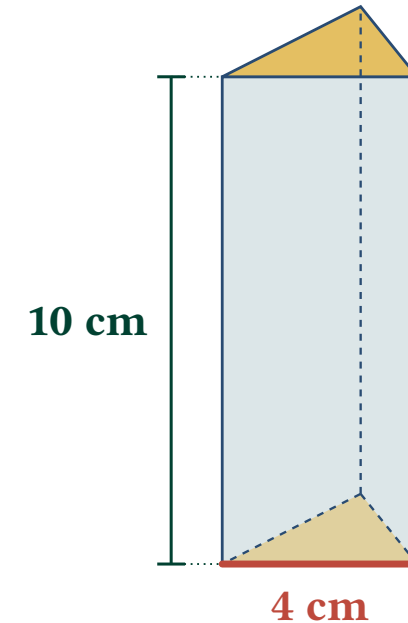
Calcule a **área total** e o **volume** de um prisma quadrangular regular com aresta da base de tamanho **2 cm** e altura de tamanho **6 cm**.



Exercício 2 — Prisma triangular regular

Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede **4 cm** e a aresta lateral **10 cm**. Calcule:

- a) Área da base
- b) Área total
- c) Volume



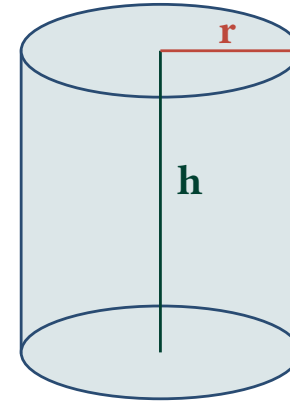
Parte 2 – Cilindros

O que é um cilindro?

Definição: sólido geométrico formado por duas bases circulares paralelas e congruentes, unidas por uma superfície curva (lateral). Também pode ser gerado pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados.

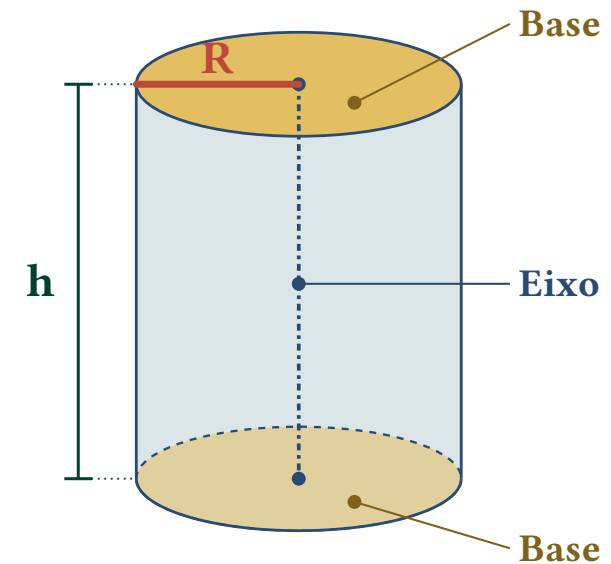
Diferente do prisma, o cilindro **não é um poliedro**: sua face lateral não é formada por polígonos, mas por uma superfície curva.

Exemplos: lata de refrigerante, cano de PVC, coluna cilíndrica, rolo de papel.



Elementos do cilindro

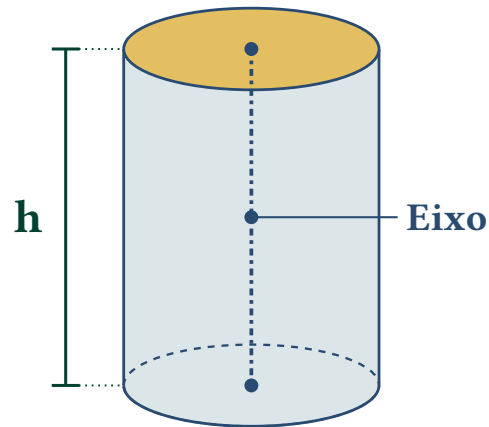
- **Bases:** dois círculos paralelos e congruentes
- **Eixo:** segmento que liga os centros das duas bases
- **Altura (h):** distância entre os planos das bases
- **Raio (r):** raio dos círculos da base



Cilindro reto x oblíquo

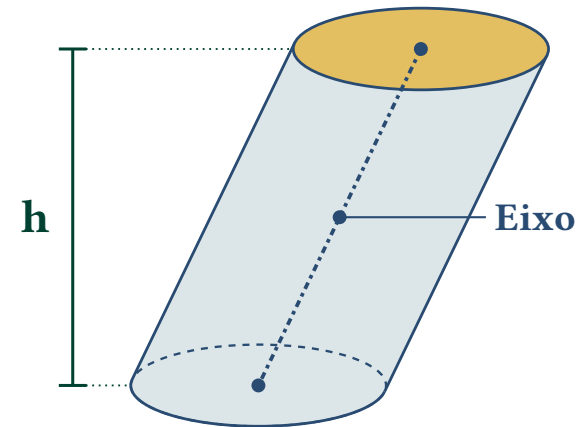
Cilindro reto:

- Eixo perpendicular às bases
- É o caso mais comum



Cilindro oblíquo:

- Eixo inclinado em relação às bases
- Fórmula do volume continua a mesma!

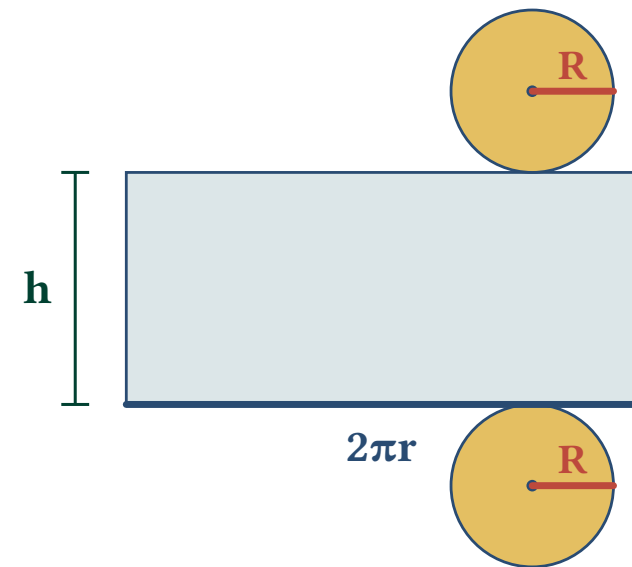


Planificação do cilindro

A planificação do cilindro reto é formada por:

- **dois círculos** (as bases)
- **um retângulo** (a superfície lateral “desenrolada”)

Atenção: a base do retângulo lateral corresponde ao **comprimento da circunferência da base** ($2\pi r$).



Área lateral e área total

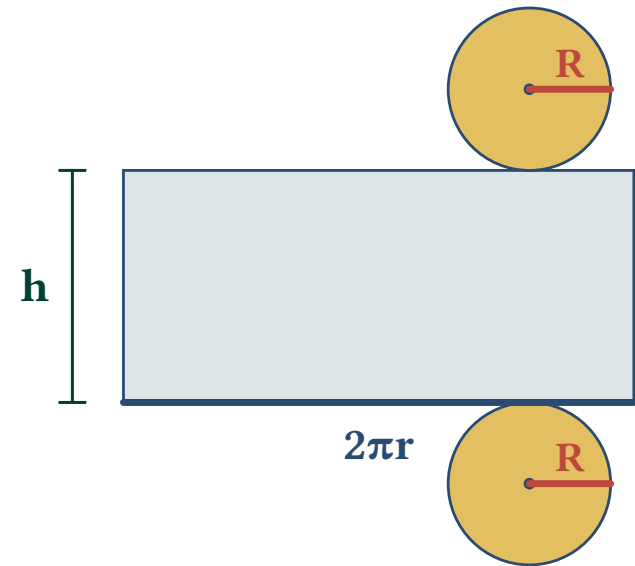
Área lateral (A_l):

$$A_l = 2\pi r \cdot h$$

Área total (A_t):

$$A_t = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$A_t = 2\pi r(h+r)$$



Volume do cilindro

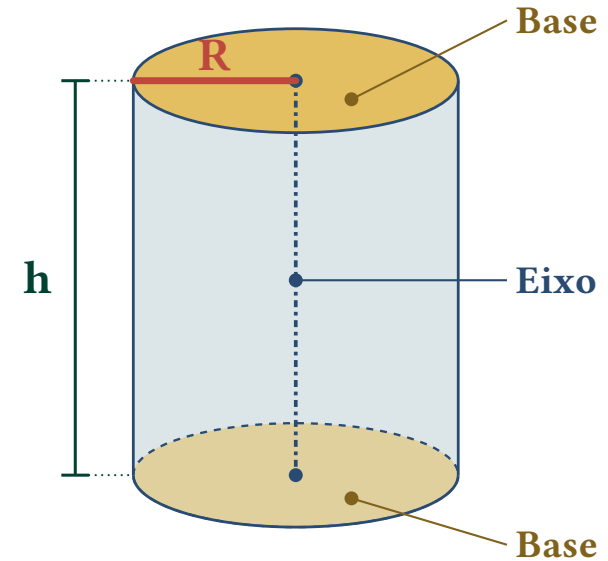
$$V = \pi r^2 \times h$$

- r = raio da base
- h = altura do cilindro

Repare a semelhança com o prisma:

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

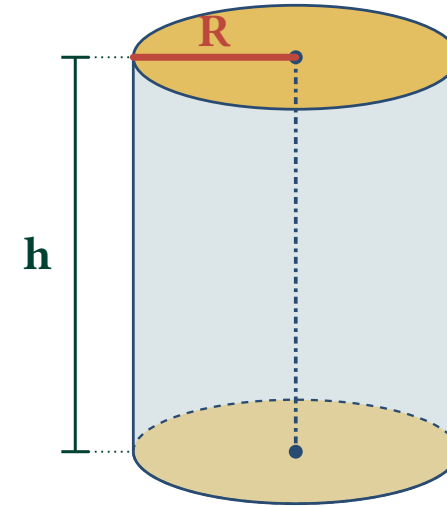
sendo $A_{\text{base}} = \pi r^2$.



Exercício 3 – Cilindro equilátero

Um cilindro possui comprimento de base igual a 40π cm. Além disso, ele é um **cilindro equilátero**. Determine:

- a) Área total
- b) Volume
- c) Perímetro da secção meridiana



Resumo

Prisma:

$$A_l = \text{perímetro da base} \times h$$

$$A_t = A_l + 2 \cdot A_{\text{base}}$$

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

Duas bases poligonais.

Cilindro:

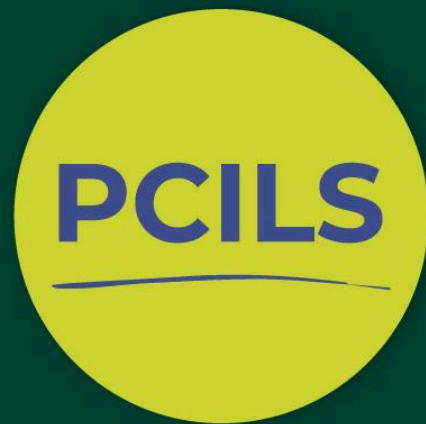
$$A_l = 2\pi r h$$

$$A_t = 2\pi r(h+r)$$

$$V = \pi r^2 h$$

Duas bases circulares.

Na próxima aula: pirâmides e cones!



Programa de Capacitação e Integração de Lideranças Sociais

Realização:



Patrocínio:



INTEGRAÇÃO
METROPOLITANA

